

Formulario di Fisica

CINEMATICA

VELOCITA'

MEDIA: $v_{med} = \Delta x / \Delta t$ [m/s]

ISTANTANEA: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta x / \Delta t = dx/dt$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} [x_2(t+\Delta t) - x_1(t)] / \Delta t = v = dx/dt$$

LIMITE DEL RAPPORTO INCREMENTALE: $v_{med} = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = tg \square$

ACCELERAZIONE

MEDIA: $a_{med} = \Delta v / \Delta t$ [m/s²] = $[v(t_2) - v(t_1)] / [t_2 - t_1] = [v_2 - v_1] / \Delta t$

ISTANTANEA: $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta v / \Delta t = dv/dt = d^2x/dt^2$

LIMITE DEL RAPPORTO INCREMENTALE $a = d(v)/dt = d/dt \cdot [dx/dt]$

DINAMICA

MOTO RETTILINEO UNIFORME

$V = \text{COST}$

$$X = X_0 + vt \quad v \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v \cdot dt = [x]_{x_0}^x = [vt]_{t_0}^t = x - x_0 = v(t - t_0) \square = x_0 + vt$$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$a = \text{COST}$

$$v = v_0 + at \quad dv/dt = a \text{ cost } \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt \square -v_0 = a(t - t_0) \quad v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 \quad v = \int_{x_0}^x dx/dt = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt = \int_{t_0}^t v_0 dt + \int_{t_0}^t at dt = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

CADUTA DEI GRAVI

$$a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

LEGGI DI NEWTON + FORZE

1) SE LA FORZA RISULTANTE AGENTE È NULLA, LA SUA VELOCITÀ RESTA COSTANTE

2) LA SOMMATORIA DI TUTTE LE FORZE AGENTI SU UN CORPO È UGUALE ALLA MASSA DEL CORPO PER LA SUA ACCELERAZIONE. $\sum_i F_i = m \cdot a$ [N=m/s²]

3) SE UN CORPO ESERCITA SU UN ALTRO CORPO UNA FORZA, QUEST'ULTIMO ESERCITA SUL PRIMO UNA FORZA UGUALE IN MODULO E DIREZIONE MA DI VERSO OPPOSTO

FORZA PESO

$P = m \cdot g$ - DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA TERRA O LUNGO LA VERTICALE DISCENDENTE
-g INDIPENDENTE DALLA MASSA

FORZA DI ATTRAZIONE TRA MASSE

DIREZIONE: RETTA CONGIUNGENTE

VERSO: ATTRATTIVO

MODULO: $(M \cdot m) / R^2 \cdot G$ [G=COSTANTE GRAVITAZIONALE UNIVERSALE]

$$F_g = mg \quad F = G \cdot (M \cdot m) / (R + h)^2 \quad [R = \text{Distanza fra i centri}]$$

$$F = m \cdot a \quad a = F/m$$

$$F/m = M / (r + h)^2 \cdot G = (6 \cdot 10^{24}) / (6,4 \cdot 10^6)^2 \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

FORZA NORMALE

$$\sum_i F_i = 0 \quad mg + N = 0$$

TENSIONE FUNI

-INESTENSIBILI E DI MASSA TRASCURABILE

$$T_b - T_a = dm \cdot a \quad T_b - T_a = 0 \quad T_b = T_a$$

-INFINITESIMO DI FUNE ≈ 0

FORZA DI ATTRITO

Statico Dinamico $F_{att} = \mu \cdot mg$

$$F_s = \mu_s \cdot N \quad F_d = \mu_d \cdot N \quad F_{att} = \mu \cdot mg = ma$$

$\mu =$ COEFF. D'ATTRITO STATICO O DINAMICO; DIPENDE DA MATERIALE

ENERGIA CINETICA

È L'ENERGIA CHE UN CORPO POSSIEDE IN VIRTÙ DEL SUO MOVIMENTO

UN CORPO IN MOTO È IN GRADO DI COMPIERE LAVORO IN QUANTO È IN MOTO

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

Formulario di Fisica

ENERGIA CINETICA ROTAZIONALE

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad v_i = \omega_i r_i$$

$$\sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2}m_i (\omega_i r_i)^2 = \sum_i \frac{1}{2}m_i r_i^2 \omega_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i (m_i r_i^2) \omega_i^2 \quad (\text{momento d'inerzia})$$

MOMENTO D'INERZIA

- DIPENDE DALLA DISTRIBUZIONE DELLA MASSA NEL SISTEMA
- DIPENDE DALLA SCELTA DELL'ASSE DI ROTAZIONE

$$d^2 = 2L^2$$

$$I = \sum_i m_i (d/2)^2 = 4m d^2/4 = md^2 = mL^2$$

$$I = 4m(L/2)^2 = 4m L^2/4 = mL^2$$

$$I = 2mL^2$$

MOMENTO DI UNA FORZA

ROTAZIONE DIPENDENTE DA F E r

$$\tau = rF_y = rF \sin \alpha = r \sin \alpha F$$

COME PRODOTTO VETTORIALE

$$\text{MODULO } \tau = r F \sin \alpha$$

DIREZIONE = ORTOGONALE A r E F

VERSO = MANO DX

LAVORO ED ENERGIA CINETICA

$$a = \text{cost}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$v = v_0 + at \quad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x = 2ad \quad a = (v_f^2 - v_0^2)/(2d)$$

IL LAVORO È DATO DALL'ENERGIA CINETICA FINALE MENO QUELLA INIZIALE

$$F_x = ma_x \quad \text{Il newton}$$

$$F_x \Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = K_f - K_i$$

LAVORO = ENERGIA CINETICA

DATA UNA FORZA F COSTANTE, SI DEFINISCE LAVORO COMPIUTO DA F

$$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = Fd \cos \varphi$$

CON PIÙ FORZE SI SOMMANO I LAVORI DELLE SINGOLE FORZE

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$\text{SE } F \text{ VARIABILE IN } X \quad dL = F dx$$

$$L = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum \Delta L = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{v_1}^{v_2} F \frac{dx}{dt} dt = \int_{v_1}^{v_2} F m \frac{dx}{dt} dt = \int_{v_1}^{v_2} F m dv = \int_{v_1}^{v_2} m v dv$$

$$= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = K - K_i$$

QUANTITÀ DI MOTO

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} \quad 2^\circ \text{ LEGGE NEWTON } \mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt = d(m\mathbf{v})/dt = m\mathbf{a}$$

Se $\mathbf{F} = 0$ ALLORA $d\mathbf{p}/dt = 0$ QUANTITÀ DI MOTO COSTANTE

$$P = m_{\text{tot}} V_{\text{cm}}$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = m_{\text{tot}} \mathbf{a}_{\text{cm}} = \mathbf{F}_{\text{est}} \quad \text{PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO}$$

SE $d(\dots k)/dt = 0$ VUOL DIRE CHE LA COSTANTE K RIMANE INVARIATA NEL TEMPO

LA QUANTITÀ DI MOTO PUÒ VARIARE SOLO IN PRESENZA DI UNA F_{EST} NON NULLA

$$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt = d(m\mathbf{v})/dt = m \cdot d\mathbf{v}/dt = m\mathbf{a}$$

MOMENTO ANGOLARE

PARICELLA MASSA = m

$$\text{QUANTITÀ DI MOTO} \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

$$\text{MOMENTO ANGOLARE} \quad \mathbf{l} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{p} = m(\mathbf{r} \wedge \mathbf{v})$$

$$\text{MODULO} = l = rmv \sin \theta$$

II LEGGE DI NEWTON IN FORMA ANGOLARE

$$F_{\text{net}} = dp/dt \quad \tau_{\text{net}} = dl/dt$$

Formulario di Fisica

- LA SOMMA VETTORIALE DI TUTTI I MOMENTI DELLE FORZE CHE AGISCONO SU UNA PARTICELLA È UGUALE ALLA DERIVATA RISPETTO AL TEMPO DEL MOMENTO ANGOLARE DELLA PARTICELLA

$$L = m(\mathbf{r} \wedge \mathbf{v}) \quad \frac{dL}{dt} = m(\mathbf{r} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \wedge \mathbf{v})$$

$$\frac{dL}{dt} = m(\mathbf{r} \wedge \mathbf{a} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{v})$$

$$\frac{dL}{dt} = m(\mathbf{r} \wedge \mathbf{a}) = \mathbf{r} \wedge m\mathbf{a}$$

$$\frac{dL}{dt} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F}_{\text{net}} = \sum (\mathbf{r} \wedge \mathbf{F}_{\text{net}}) \quad \tau_{\text{net}} = \frac{dL}{dt}$$

CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

$\tau_{\text{net}} = \frac{dL}{dt}$ $L = \text{COST}$ (SISTEMA ISOLATO) PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE

POSIZIONE ANGOLARE

LA POSIZIONE ANGOLARE SI MISURA RISPETTO ALL'ASSE X

$$\theta = s/r \text{ (ARCO/RAGGIO DELL'ARCO)}$$

SPOSTAMENTO ANGOLARE $\theta = \theta_2 - \theta_1$

VELOCITÀ ANGOLARE

$$\omega_{\text{med}} = (\theta_2 - \theta_1) / (t_2 - t_1) = \Delta\theta / \Delta t \quad \omega_{\text{istant}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta\theta / \Delta t = \frac{d\theta}{dt}$$

ACCELERAZIONE ANGOLARE

SE LA VELOCITÀ ANGOLARE DI UN CORPO ROTANTE NON È COSTANTE IL CORPO HA UNA

ACCELERAZIONE ANGOLARE $\alpha_{\text{MED}} = (\omega_2 - \omega_1) / (T_2 - T_1) = \Delta\omega / \Delta T$ $\alpha_{\text{ISTANT}} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \Delta\omega / \Delta T = \frac{d\omega}{dT}$

PER UN PUNTO A DIST. R DALL'ASSE DI ROTAZIONE

$$X = R\omega \quad V = R\omega \quad a = \alpha R$$

POTENZA

RAPIDITÀ CON CUI VIENE SVILUPPATO UN CERTO LAVORO

$$J/s = \text{watt}$$

$$P_{\text{med}} = L / \Delta t \quad P_{\text{ist}} = dL/dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{V}$$

ENERGIA POTENZIALE E CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$U = -L$$

PRINCIPI DI CONSERVAZIONE

1) IL SISTEMA CONSISTE DI DUE O PIÙ OGGETTI

2) TRA IL CORPO E IL RESTO DEL SISTEMA AGISCE UNA FORZA

3) QUANDO LA CONFIGURAZIONE DEL SISTEMA VARIA, LA FORZA COMPIE LAVORO SUL CORPO PUNTIFORME, TRASFERENDO ENERGIA DALL'ENERGIA CINETICA K DEL CORPO A QUALCHE ALTRA FORMA DI ENERGIA DEL SISTEMA.

4) SE IL SENSO DI VARIAZIONE DELLA CONFIGURAZIONE SI INVERTE, LA FORZA INVERTE IL TRASFERIMENTO DI ENERGIA, SVOLGENDO NEL PROCESSO IL LAVORO L_2 .

SE $L_1 = -L_2$ È VERA IN OGNI CONDIZIONE, ALLORA L'ALTRA FORMA DI ENERGIA È L'ENERGIA POTENZIALE, E IN QUESTO CASO LA FORZA È DETTA CONSERVATIVA.

UNA FORZA CHE NON PRESENTA TALI PROPRIETÀ NON È CONSERVATIVA.

INDIPENDENZA DAL PERCORSO PER LE FORZE CONSERVATIVE

IL LAVORO COMPLESSIVO NETTO SVOLTO DA UNA FORZA CONSERVATIVA, SU UNA PARTICELLA CHE SI MUOVE SU UN PERCORSO CHIUSO È ZERO.

IL LAVORO SVOLTO DA UNA FORZA CONSERVATIVA SU UNA PARTICELLA CHE SI MUOVE TRA DUE PUNTI QUALSIASI NON DIPENDE DAL PARTICOLARE PERCORSO SEGUITO.

DETERMINAZIONE DELL'ENERGIA POTENZIALE

SU UN CORPO AGISCE \mathbf{F} CONSERVATIVA, SE \mathbf{F} COMPIE $L = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$$F = -mg$$

$$U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg[y]_{y_i}^{y_f}$$

$$U = mg(y_f - y_i) = mgy$$

Formulario di Fisica

$$U-U_i = mg(y-y_i) \quad y_i=0 \quad U_i=0 \quad U_{(y)} = mgy$$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

-KX È LA FORZA DI RICHIAMO DELLA MOLLA $F_{(x)}$

$$U = -\int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = k \int_{x_i}^{x_f} x dx = \frac{1}{2}k[x^2]_{x_i}^{x_f}$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx_i^2 \quad \text{molla a riposo } x_i=0 \quad U_i=0 \quad U_{(x)} = \frac{1}{2}kx^2$$

CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA

L'ENERGIA MECCANICA E_{MEC} DI UN SISTEMA È LA SOMMA DELL'ENERGIA POTENZIALE U E DELL'ENERGIA CINETICA K RELATIVA AI CORPI CHE LO COMPONGONO.

$$E_{MEC} = K + U$$

QUANDO UNA FORZA CONSERVATIVA COMPIE LAVORO L SU UN CORPO ALL'INTERNO DI UN SISTEMA, TRASFERISCE ENERGIA TRA L'ENERGIA CINETICA K DEL CORPO E L'ENERGIA POTENZIALE U DEL SISTEMA.

$$K_2 = L$$

$$U = -L \quad K_1 = -U$$

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1) \quad K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

QUANDO IN UN SISTEMA ISOLATO AGISCONO SOLO FORZE CONSERVATIVE, L'ENERGIA CINETICA E L'ENERGIA POTENZIALE PRESE SINGOLARMENTE POSSONO VARIARE, MA LA LORO SOMMA, L'ENERGIA MECCANICA DEL SISTEMA, NON CAMBIA.

$$E_{MEC} = K_1 + U_1 = 0$$

QUANDO L'ENERGIA MECCANICA DI UN SISTEMA SI CONSERVA, POSSIAMO METTERE IN RELAZIONE IL TOTALE DELL'ENERGIA CINETICA E DELL'ENERGIA POTENZIALE IN UN ISTANTE CON QUELLO DI UN ALTRO ISTANTE SENZA DOVER CONOSCERE STATI INTERMEDI O LAVORO COMPIUTO DALLE FORZE.

L'ENERGIA TOTALE DI UN SISTEMA PUÒ VARIARE SOLO SE VIENE TRASFERITA ENERGIA DAL DI FUORI O AL DI FUORI DEL SISTEMA, L'UNICO MODO PER TRASFERIRLA È IL LAVORO.

$$L = \Delta E_{MEC} = \Delta E_{TH} + \Delta E_{INT} \quad \text{IN SISTEMA ISOLATO } \Delta E_{MEC} = 0$$

LAVORO NELLE FORZE D'ATTRITO

NON SONO FORZE CONSERVATIVE IN QUANTO IL LORO LAVORO DIPENDE DALLO SPOSTAMENTO.

$$L_{TOT} = L_{CONS} + L_{ATT} = U_1 - U_2 + (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = K_2 - K_1$$

ENERGIA MECCANICA $= [(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)] < 0$ NON SI CONSERVA IN QUESTO CASO

PER UN OGGETTO SOLIDO CONTINUO

$$I = \int r^2 dm \quad \text{-CON ASSE DI ROTAZIONE CENTRALE}$$

$$I = mR^2 \quad \text{-SENZA SPESSORE DEL DISCO}$$

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \quad \text{-DISCO CON SPESSORE}$$

MOTO ROTATORIO (II LEGGE DI NEWTON)

$$\tau_{TOT} = I\alpha \quad \text{MOMENTO D'INERZIA PER ACCELERAZIONE ANGOLARE}$$

$$\tau_0 = rF_t = rF \sin \vartheta = mr^2 \cdot \alpha = I\alpha \quad (F_t = ma_t)$$

$$F = dp/dt = d(m \cdot v)/dt = m \cdot (dv/dt) = m \cdot a \quad p = m \cdot v \quad \text{quantità di moto}$$

$$F=0 \quad dp/dt=0 \quad P=COST \quad \text{PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE}$$

$$F_r = ma$$

$$\tau = F_t \cdot r = ma_t r$$

$$\tau = m(dr)r = (mr^2)\alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

NUOVO PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE

$$\tau = dL/dt \quad d/dt(r \wedge p) = dr/dt \wedge p + r \wedge dp/dt$$

$$[r \wedge p = \text{MOMENTO ANGOLARE O DELLA QUANTITÀ DI MOTO}] \quad \tau = dL/dt$$

$$v \wedge mv + r \wedge F$$

VETTORI MOMENTO PARALLELI

$$L = r \wedge p$$

$$L = \sum_i l_i = \sum (r_i \wedge p_i) = \sum (r_i \wedge m \cdot v_i) \quad [(r_i \wedge m \cdot v_i) = r_i \cdot m \cdot v_i \cdot \sin 90]$$

$$L_z = \sum_i (m_i \cdot r_i \cdot v_i) \quad v_i = \omega r_i$$

Formulario di Fisica

$$L_z = \sum_i m_i \cdot r_i^2 \quad \sum_i m_i \cdot r_i^2 = I$$

$$L_z = \omega \cdot I$$

DINAMICA DEI SISTEMI

CENTRO DI MASSA

PUNTO CHE SI MUOVE COME SE TUTTA LA MASSA DELL'INTERO SISTEMA FOSSE CONCENTRATA LÌ E LE FORZE VI FOSSERO TUTTE APPLICATE.

$$X_{cm} = (\sum_i m_i x_i) / (\sum_i m_i) \quad (0m_1 + x_2 m_2) / (m_1 + m_2) = \text{lunghezza} / 2$$

$$X_{cm} = (m_1 x_1 + m_2 x_2) / (m_1 + m_2) \quad X_{cm} = (1/M) \cdot \sum_{i=1}^n m_i x_i \quad (Y_{cm} \dots Z_{cm})$$

$$r_{cm} = (1/M) \cdot \sum_{i=1}^n m_i r_i \quad \text{VETTORE SPOSTAMENTO}$$

$$r_{cm} = \sum_{i=1}^n \int_v (dm x) / m \quad (v = \text{volume}; g = \text{densità} = m/v; dm = g dv)$$

$$X_{cm} = \int_v (g dv x) / m \quad \text{DENSITÀ PER VOLUME INFINITESIMO}$$

$$dv = A dx \quad A = \text{area barra} \quad dx = \text{altezza}$$

$$X_{cm} = \int (g dv x) / m = \int_0^L (g A x dx) / m = g A / M [x^2 / 2]_0^L = g (A/M) (L^2 / 2) = (M/M) (L/2)$$

UNA VOLTA TROVATO IL CM STUDIARE IL MOTO DELLA II LEGGE DI NEWTON

$$x_{cm} = (\sum_i m_i x_i) / (\sum_i m_i) \quad \sum_i m_i = M \quad M_{x_{cm}} = \sum_i m_i x_i$$

$$d(M_{x_{cm}}) / (dt) = d(\sum_i m_i x_i) / (dt) = \sum_{i=1}^n (d/(dt) m_i x_i)$$

DERIVATA RISPETTO AL TEMPO, DELLA POSIZIONE (=VELOCITÀ) = SOMMATORIA VELOCITÀ

$M V_{cm}$ VELOCITÀ DEL CENTRO DI MASSA

POSSO DERIVARE ANCORA E TROVO L'ACCELERAZIONE

$$d(\sum_i m_i V_i) / (dt) = \sum_i m_i a_i \quad \sum_i m_i a_i = F_i$$

$$M V_{cm} = M V = m a_{cm}$$

TUTTE LE FORZE CHE AGISCONO SUL PUNTO

$$M a_{cm} = \sum_i F_i = \sum_i F_{interna} + \sum_i F_{esterna}$$

$$F_{esterna} = M a_{cm}$$

IN ASSENZA DI FORZE ESTERNE IL CM SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME

o CM (II L. NEWTON)

2 DERIVEZIONI (III L. NEWTON)